논문접수일 : 2012.12.20 심사일 : 2013.01.06 게재확정일 : 2013.01.26

프랙탈 차원을 이용한 미술작품 비교 분석
-몬드리안, 칸딘스키, 에셔, 잭슨폴록의 작품을 중심으로-

Comparison And Analysis of Paintings Using Fractal Dimension
-Focused on Mondrian, Kandinsky, Escher and Jackson Pollock's Paintings-

주저자 : 김철기
부산대학교 예술대학 디자인학과 교수

Kim, Cheol Ki
Pusan National University

교신저자 : 김민정
부산대학교 기초교육원 교수

Kim, Min Jung
Pusan National University

* 이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 연구되었음
(NRF-2012S1A5A2A01017586)

논문요약

수학이론과 미술작품의 조형성의 관계에는 어느 정도 연관도가 있음이 최근의 많은 연구에서 발견되고 있다. 이러한 발견은 과거 시대의 예술 작품에 대한 과학적 분석 연구를 가능하게 해주는 근거가 되고 있다. 본 논문에서는 이러한 이론들 중 프랙탈 차원을 이용하여 미술 작품을 분석하였다. 프랙탈 차원은 측정 대상의 결(texture) 복잡도와 촘촘한 정도를 측정하는 도구이다. 본 논문에서는 4명의 화가에 대하여 각 화가별로 47점의 작품을 사용하여 프랙탈 차원을 측정하였다. 실험결과 4명의 화가들에 대한 프랙탈 차원의 차이가 확연하게 존재함을 확인할 수 있었으며 각 화가의 연대별 차원의 변화 또한 확인할 수 있었다. 이러한 과학적 분석을 통한 연구 결과는 다양한 분야에 적용 가능하므로 그 기대 가치가 크다 하겠다.

주제어
프랙탈, 프랙탈차원, 미술작품

Abstract

Between mathematical theory and plasticity of paintings, the relationship of a degree of association has been found in many of the recent researches. These discovery is the basis that enabling scientific analysis about paintings. In this paper, we analyzed paintings using the fractal dimension among these theories. The fractal dimension is a tool to measure the coarseness and complexity of object's texture. For experiments, we measured with four painter and 47 images per painter by using the fractal dimension. Throughout experimental results, we could confirm the existence of difference among painters. And we also could confirm the chronological dimension's movement of each painter. The research results which were analyzed by scientific methods are valuable because they have enough potential for being used in various fields.

Keyword
Fractal, Fractal Dimension, Paintings

1. 서론

1.1. 연구배경과 목적

프랙탈(fractal)은 자기유사성이라 불리는 성질을 갖고 있으며 기존의 차원과 달리 정수가 아닌 소수로 표현되는 차원을 그 특성으로 하고 있다. 프랙탈 이전에 주류를 이루던 고전 기하학으로 대표되는 유클리드 기하학에서는 점은 0차원, 직선과 곡선은 1차원, 사각형과 같은 평면도형은 2차원, 구나 정육면체와 같은 입체 도형은 3차원으로 표현된다. 그러나 이러한 기하학적 요소만으로 자연 현상을 모사하기에는 한계가 있었다. 1975년 IBM 연구원이었던 만델브로트(Benoit B. Mandelbrot)에 의해 소개된 프랙탈 기하학에서는 소수의 차원을 제시함으로써 자연 현상을 해석하는 데 새로운 계기를 마련하게 되었다(조덕연, 2005). 즉 기존의 기하학에서 정의하고 있는 단순한 도형만으로는 불규칙적인 자연 현상을 설명하기에는 한계가 존재하였으나 프랙탈은 소수차원의 개념을 이용하여 사물이나 현상들을 유사하게 모델링하는 것이 가능하게 되었다. 이러한 연유로 이후 여러 자연 현상에 대하여 프랙탈을 이용한 다양한 연구가 있어 왔으며 그 응용 분야 또한 물리, 경영, 미술, 음악, 공학 등 매우 폭넓어졌다. 예를 들면, 그래픽 분야에서는 나무(tree)의 자기유사성을 이용하여 프랙탈 이론에 기초한 나무 생성 기법이 개발되었으며 시계열 데이터의 응용으로 날씨 패턴, 주식 가격 변동 등의 분석에 프랙탈을 활용하게 되었다. 예술 분야에서는 잭슨폴록(Jackson Pollock)의 작품에서 프랙탈과 카오스 이론이 관찰되고 있음이 최근의 연구들(Taylor, R.P. et al., 2008; Taylor, R.P., Micolich, A.P. & Jonas, D., 1999a, 1999b; Lee, S., Olsen, S., Gooch, B., 2007)을 통하여 보고되었고 이러한 정보를 이용하여 위작판별 등에 응용되고 있다.

본 논문에서는 기존의 잭슨폴록 작품에 대한 프랙탈 차원 측정연구에서 더 나아가 미술사학적 측면에서 수학적 이론에 긴밀한 접근성을 갖고 있는 화가로 대표되는 몬드리안, 칸딘스키, 에셔, 잭슨폴록의 작품에 대하여 프랙탈 차원을 계산하고 비교해보고자 한다. 그리고 계산된 프랙탈 차원 결과를 작품속의 조형요소와 결합하여 설명하는 시도를 하고자 한다.

1.2. 연구범위와 방법

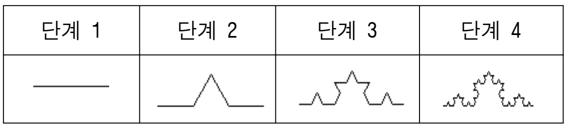
본 연구는 수학적 이론이 접목된 화가들에 대한 기존의 문헌 연구를 토대로 그들의 대표적 작품을 대상으로 영상처리기법 및 컴퓨터비전 기술과 프랙탈 차원을 이용한 연관성 분석을 수행하고자 한다. 분석된 결과를 토대로 화가들 사이에 어떠한 차이가 있는지, 각 화가의 연대별 작품에는 또 어떠한 차이가 있는지 알아보고자 한다.

2. 이론적 배경

2.1. 프랙탈(fractal)

프랙탈이란 전체를 부분으로 무한히 분할하더라도 그 부분 안에 전체의 형상을 그대로 갖는 기하학적인 도형을 일컫는다. 이러한 특징을 자기유사성 또는 자기닮음(self-similarity)이라 한다. 1967년 사이언스 논문지에 만델브로트의 '영국을 둘러싸고 있는 해안선의 총 길이는 얼마인가?' 라는 논문을 통해 프랙탈 이론이 소개되었다. 프랙탈은 frangere에서 파생된 fractus에서 유래된 조어이다(이진, 장남경, 2008). 만델브로트의 프랙탈은 1918년 프랑스의 수학자인 쥴리아(Gaston Julia)에 의해 발표된 쥴리아 프랙탈(Julia fractal)과 함께 현재까지도 그래픽 디자인을 비롯한 음악, 미술 등과 관련된 예술분야 뿐만 아니라 공학, 경영, 자연과학 등 여러 응용분야에서 폭넓게 사용되고 있다.

프랙탈의 특성은 자기유사성, 축척에 대한 불변(independent of scale), 통계적 특성으로 요약할 수 있다(안대영, 2000). 그 중에서도 프랙탈의 핵심적인 특성은 자기 유사성에 있다. 자기 유사성이란 다양한 축척(scale) 변화 즉 축소 및 확대를 수행하더라도 원래의 패턴과 유사한 구조가 관찰됨을 의미한다. 자기유사성은 기하학적 자기유사성과 통계학적 자기 유사성으로 세분화하여 설명할 수 있다. 아래의 [그림 1]은 코흐 곡선으로 알려져 있는 대표적인 프랙탈의 구조로서 코흐(Koch)에 의해 창안되었다(문철, 2002; 안대영, 2000; Glenn Elert., 2007). 이 곡선은 단계 1부터 단계 4까지의 축척의 변화를 통하여 기본 구조의 점진적 복사를 진행함으로써 생성된다.



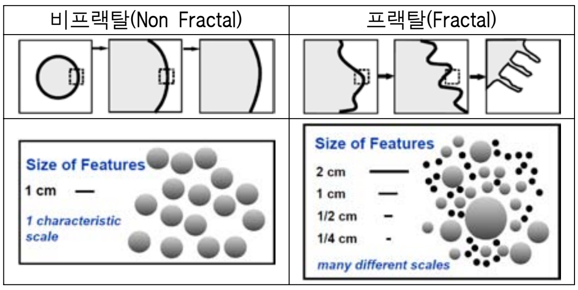
[그림 1] 코흐 곡선의 구성 단계

단계 4의 결과에서와 같이 코흐 곡선은 모든 크기에서 구조의 완벽한 복제를 수행하였음을 알 수 있다. 이를 기하학적 자기유사성이라 부른다. 이와는 반대로 자연세계에서 나타나는 프랙탈은 완벽한 복제가 아닌 통계적으로 유사한 형태를 표방하고 있다. 예를 들어, 나무의 모양이나 번개의 모양은 가지가 뻗어

나가는 형태가 각 단계별로 완벽하게 동일하지는 않지만 전체적 형태를 살펴보면 통계적으로 유사한 꼴을 나타내고 있다. 이를 통계적 자기유사성이라 부른다. 이러한 통계적 자기유사성은 비규칙적 자기 반복에 의한 것과 연속적 반복에 의한 것으로 세분화할 수 있다(Liebovitch, L.S., 1998). 앞서 언급한 자기유사성은 축척 관계(scaling relationship)에 있다. 즉, 측정값은 측정하기 위해 사용되는 해상도에 따라 달라짐을 의미한다. 여기서 측정값이란 길이나 표면 면적 등과 같이 측정하고자 하는 기준을 말한다.

코흐 곡선의 경우 매 생성단계를 반복할 때마다 전체 곡선의 길이는 약 4/3배씩 증가한다. 그러므로 [그림 1]의 단계 4와 같이 더 세밀한 형태를 나타내는 해상도에서는 그 이전 단계의 해상도와 다른 측정값, 즉 더 긴 길이를 나타냄을 알 수 있다.

축척에 대한 불면 특성은 '길이나 면적과 같은 측정값은 측정하기 위해 사용되는 해상도 즉 축척의 크기에 따라 달라진다'로 정리할 수 있다. 또한 통계적 특성은 프랙탈 사물을 구성하는 조각의 평균 크기는 측정하기 위해 사용되는 해상도에 따라 달라진다. 앞서 프랙탈의 종류로 예로든 나무를 이용하여 이를 정의하면 다음과 같이 설명할 수 있다. 나무는 적은 수의 큰 가지와 이보다 더 많은 중간 크기의 가지, 그리고 매우 많은 잔가지들이 모여 나무의 형상을 이루고 있다. 프랙탈의 특성에 비추어 보면, 잔 가지들은 그보다 큰 가지들의 구조와 유사하기 때문에 나무는 통계적 자기유사성을 가지고 있다. 또한 나무는 축척에 대한 불변성을 내포하고 있다. 각 가지의 길이와 두께는 측정하는 가지의 크기 종류에 따라 달라지기 때문이다. 그리고 나무의 더 많은 잔가지를 포함시킬수록 평균 길이와 두께는 더 작아지게 된다. 이는 프랙탈의 통계적 특성으로 설명된다(Liebovitch, L.S., 1998).



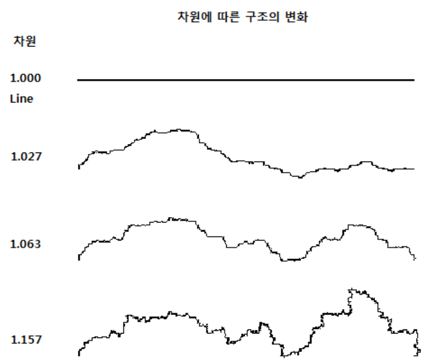
[그림 2] 공간상에서 비프랙탈과 프랙탈 사물의 비교[1)]

공간상에는 여러 유형의 사물이 존재한다. 그러한 사물에 대하여 특성에 따라 프랙탈 사물와 비프랙탈 사물로 구분 지을 수 있다. 비프랙탈 사물을 확대할 경우 부분 속에서 전체의 모습을 찾을 수 없으며, 이와 반대로 프랙탈 사물을 확대하였을 경우 부분 속에서 전체의 모습을 찾을 수 있다. [그림 2]는 공간상에서 프랙탈과 비프랙탈의 특징을 그림으로 나타내고 있다(김주미, 2003; Liebovitch, L.S., 1998).

특징 크기를 기준으로 보면 비프랙탈 사물의 경우 동일한 크기의 입자로 구성이 되어 있으며 반면에 프랙탈 사물은 다른 크기의 입자로 구성되어 있다. 일반적으로 프랙탈 사물 조각의 크기 변이는 비프랙탈 사물 조각의 크기 변이보다 크게 나타난다.

2.2. 프랙탈 차원(fractal dimension)

2.1절에서 언급한 바와 같이 유클리드 기하학에서 차원의 개념은 0, 1, 2, 3차원과 같이 정수로 이루어져 있다. 그러나 코흐 곡선과 같은 프랙탈 차원은 약 1.26차원을 갖는다. 일반적으로 어떤 대상의 차원은 '얼마나 많은 구조적 정보가 그 대상에 포함되어 있는가', 즉 표면의 복잡도(complexity)를 나타낸다(황희연, 송선기, 조진희, 2011). [그림 3]은 차원의 증가에 따른 직선 형태의 변화를 나타낸다(Ralph A., 2006).



[그림 3] 프랙탈 차원 증가에 따른 구조의 변화

어떤 대상에 대한 프랙탈 차원을 예측하는 방법으로는 단위자 방법(ruler method)과 상자세기 방법(box counting method)이 있다(San Pedro, S., 2009). 단위자 방법은 고정된 길이의 자(ruler)를 이용하여 대상의 둘레 길이를 측정한다. 이러한 측정은 설정된 다른 고정 길이에 대하여 반복적으로 적용된다.

상자세기 방법은 프랙탈 차원을 찾기 위하여 측정 대상을 뒤덮는 상자들을 이용한다. 또한 상자세기 방법은 3가지 차원으로 세분화 할 수 있다(Gerl, P., Schonlieb, C. & Wang, J.C., 2004).

첫째, 용량차원(capacity dimension)은 프랙탈 집합을 포함하고 있는 전체 공간을 설정된 크기의 상자로

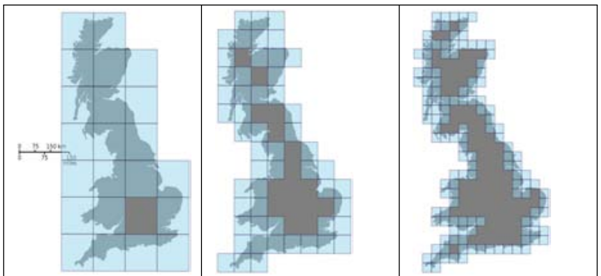
1) 본 그림은 Liebovitch, L.S.(1998)의 연구에서 제시한 그림을 편집하여 인용하였음.

덮을 때 비어있지 않은 상자의 개수를 센다. 하우스도르프차원(Hausdorff dimension)이라고도 한다. 둘째, 정보차원(information dimension)은 상자세기(box-counting) 방법과 유사하지만 각 상자 안에 몇 개의 요소가 포함되어 있는지도 계산한다는 점에서 차이가 있다. 셋째, 상관차원(correlation dimension)은 무작위 점들의 집합으로 이루어진 공간의 차원을 측정하는 데 사용된다. 이 방법은 적은 수의 점들로 이루어졌을 때 잡음이 적고 빠른 계산 속도를 나타내는 장점이 있다. 프랙탈 객체의 한 요소의 방향이 다른 요소들과 어떤 상관관계에 있는지를 고려한다. 통상적으로 상자세기 방법이라 함은 용량차원을 일컫는다. 또한 단위자 방법과 상자세기 방법 중 단위자 방법이 더 높은 정확도를 가지고 있다.

[그림 4]는 프랙탈 차원의 단위자 방법과 상자세기 방법을 이용하여 영국의 해안선의 길이를 측정함으로써 그 구조의 복잡도를 예측하는 예를 나타내고 있다(Avsa, 2006; Prokofiev, 2010).

11.5x200=2,300km 단위직선 길이: 200km 사용 직선의 수: 11.5	28x100=2,800kim 단위직선 길이: 100km 사용 직선의 수: 28	70x50=3,500km 단위직선 길이: 50km 사용 직선의 수: 70

(a) 단위자 방법



격자 1	격자 2	격자 3
선을 포함한 상자: 22 행에서 상자의 수: 4 격자의 상대적 길이: 4	선을 포함한 상자: 53 행에서 상자의 수: 8 격자의 상대적 길이: 2	선을 포함한 상자: 131 행에서 상자의 수: 16 격자의 상대적 길이: 1

(b) 상자세기방법

[그림 4] 프랙탈 차원 계산 방법의 유형

[그림 4(a)]의 경우 측도로 사용된 단위 직선의 길이가 짧을수록 해안선의 길이를 측정하는 데 사용된 직선의 수가 늘어나고 전체 길이 또한 길어지게 됨을 알 수 있다. 그리고 [그림 4(b)]의 경우 상자세기에 기반한 용량차원을 이용하여 프랙탈 차원을 계산하면 다음과 같다(황영미, 이명식, 2004; 이명식, 2009).

1) 격자 1과 격자 2

$$D_1 = \frac{[\log(53) - \log(22)]}{[\log(8) - \log(4)]} \approx \frac{0.3819}{0.3010} \approx 1.2688$$

2) 격자 2와 격자 3

$$D_1 = \frac{[\log(131) - \log(53)]}{[\log(16) - \log(8)]} \approx \frac{0.3930}{0.3010} \approx 1.3056$$

결과에 따르면 격자의 크기가 작아질수록 프랙탈 차원이 커지고 있다. 이는 지도를 작은 스케일로 세분화할수록 구조의 복잡도가 커짐을 의미한다.

2.3. 화가의 작품세계

2.3.1 피에트 몬드리안(Piet Mondrian)

몬드리안은 대표적인 추상주의 화가로서 사물을 사실적으로 표현하지 않고 선과 면으로 표현하는 추상화를 주로 그렸으며, 이러한 추상표현에 프랙탈 기법이 적용되어 있다. 주로 사용한 색은 삼원색과 흰색, 검정, 회색이며 레제(Leger)와 드로네(R. Delauny)의 영향을 받아 추상화를 시작하였다. 몬드리안의 작품은 스타일에 따라 인상주의, 후기인상주의, 포비즘, 큐비즘, 신조형주의로 나뉜다(WikiPaintings, n.d.).

[그림 5] 몬드리안의 작품: 회색 나무(gray tree, 1911, composition A, 1923)

몬드리안의 초기 작품은 주로 나무의 그림이 주를 이루었으며 이러한 나무의 변형을 추상화의 단계로 연결시키기도 한다. 즉 사각형과 같은 도형을 이용하여 부분이 전체를 닮아가는 프랙탈의 순환성(recursiveness) 이론을 추상화에 적용하였다. 전체 캔버스 위에 직선의 가로 및 세로 길이의 크기변화를 통해 전체 형상과 부분 형상간의 유사성을 유지하고 있다. 본 논문의 실험에는 큐비즘과 신조형주의 화풍으로 그려진 작품들을 대상으로 프랙탈 차원을 측정하였다.

2.3.2 바실리 칸딘스키(Wassily Kandinsky)

러시아 태생의 화가로서 현대추상미술의 아버지라 불리며 음악과 시각의 공감각을 소유한 화가로 알려져 있다. 그의 작품은 즉흥(improvisation), 인상(impression), 구성(composition) 시리즈로 유명하다. 대상의 표현에 있어 다른 추상화가와 달리 선명한 색채

로써 동적인 느낌을 표현하였다. 칸딘스키의 작품은 스타일에 따라 후기인상주의, 표현주의, 추상주의로 나누어진다((WikiPaintings, n.d.). 직선의 교차에 의한 표현을 특징으로 하는 몬드리안과 달리 직선, 곡선, 원, 사각형, 삼각형 등 다양한 기하학적 도형을 사용하여 자기닮음, 순환성의 프랙탈 특징을 표현하였다. 본 논문의 실험에는 추상주의 화풍으로 그려진 작품들을 대상으로 프랙탈 차원을 측정하였다.

[그림 6] 칸딘스키의 작품: colour studies(1913), farbstuidie quadrate(1913)

2.3.3 모르츠 코르넬리스 에셔(Maurits C. Escher)

네덜란드의 판화가로서 기하학적 원리와 수학적 개념을 다룬 독특한 작품 세계로 유명하다. 그는 차원, 평균의 균등분할, 변형, 무한대, 뫼비우스의 띠 등 다양한 수학적 이론을 작품의 주제로 삼았다.

[그림 7] 에셔의 작품: 천국과 지옥(1960)

[그림 7]의 작품을 예로 들면, 원의 극한 표현에 검은색의 악마와 흰색의 천사를 서로서로의 틈에 채우고 크기의 변화를 무한히 반복하고 있음을 볼 수 있다. 이는 프랙탈의 순환성과 자기유사성의 특징을 잘 반영하고 있다. 에셔의 작품은 스타일에 따라 북부르네상스주의, 현실주의, 표현주의, 큐비즘, 초현실주의, 옵아트로 나누어진다(WikiPaintings, n.d.). 본 논문의 실험에는 초현실주의와 옵아트 화풍으로 그려진 작품들을 대상으로 프랙탈 차원을 측정하였다.

2.3.4 잭슨폴록(Jackson Pollock)

추상표현주의를 표방하는 대표적인 화가로서 액션페인팅(action painting)을 구사하는 화가이다. 잭슨폴록은 초현실주의자들이 옹호하였던 무의식적인 형상을 연구하였으며 그의 작품은 1938년까지는 벤텐(Thomas Hant Benton)의 영향으로 풍경화가 주를 이루다가 1951~1952년경에는 흑색과 백색만 사용한 작품이 주를 이루었으며 1952년부터 다시 색채를 사용하였다. 잭슨폴록의 작품은 스타일에 따라 표현주의, 추상표현주의, 액션페인팅으로 나뉜다(WikiPaintings, n.d.). 액션페인팅을 구사하기 위하여 그만의 독특한 드리핑(dripping) 기법을 사용하였다. 드리핑 기법이란 [그림 8]과 같이 커다란 캔버스위에 막대기나 팔레트 나이프를 이용해 페인트를 흩뿌리거나 떨어뜨리는 기법을 말한다. 1947년부터 1951년까지 집중적으로 드리핑 회화를 만들어 냈으며 이러한 기법 속에 프랙탈 원리가 숨어 있음이 발견되었다. 본 논문의 실험에는 추상표현주의와 액션페인팅 화풍으로 그려진 작품들을 대상으로 프랙탈 차원을 측정하였다.

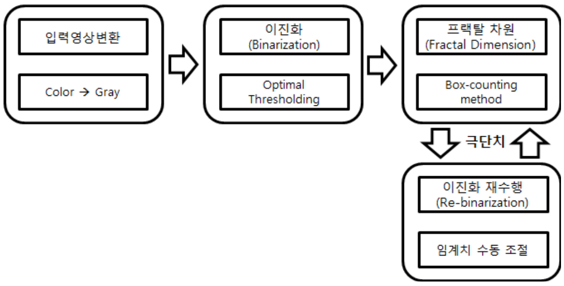
[그림 8] 잭슨폴록의 작품: No.1(1948)

3. 실험방법

3.1. 분석방법

회화 작품에 프랙탈 이론이 접목되어 있다고 알려져 있는 화가들의 프랙탈 차원의 설명력을 입증하기 위하여 대상 화가들의 작품을 연도별 프랙탈 차원의 변화를 비교분석 하였다. 실험을 위하여 4인의 화가(잭슨폴록, 몬드리안, 칸딘스키, 에셔)의 대표 작품 47점씩 모두 188점의 그림을 대상으로 선정하였다.[2] 대상 작품을 선정한 후 제작 연도를 기준으로 화가별로 작품을 재분류하였다. [그림 9]는 본 논문의 실험을 위한 흐름도를 나타내고 있다. 실험을 위한 프로그램 개발은 자바 애플릿에 기반하였다. 수행 알고리즘은 수행 전에 전처리 과정을 거쳤다. 입력 영상의 경우 웹상에 존재하는 화가들의 작품을 다운로드받아 수행하였으므로 이미지의 품질에 일관성이 부족하였다. 따라서 최적의 이진화 이미지를 얻기 위하여 Gooch A.A. et al.(2005)이 제안한 방법을 이용하여 일차적으로 컬러 이미지들을 밝기값만 갖는 그레이 이미지로 변환하였다. 이렇게 변환된 그레이 이미지에 대하여 프랙탈 차원을 계산하기 위한 준비 단계로 흑백 이미지를 얻기 위한 이진화 과정을 적용하였다.

2) http://www.google.com에서 실험용 이미지를 획득함.



[그림 9] 연구의 흐름도

일반적으로 이진화의 경우 임계치(threholding)를 어떤 방법으로 설정하느냐에 따라 그 결과의 품질이 달라진다. 현재 이와 관련된 연구에서 수많은 방법들[3)]이 나와 있으며 본 연구에서는 적응적 이진화법(adaptive thresholding)[4)]을 적용하여 이진화를 수행하였다. 그러나 이 방법의 경우도 모든 입력 영상에 대하여 최적의 성능을 얻기에는 한계가 있었으며 이는 프랙탈 차원을 계산하는 데 있어 극단치의 원인이 되었다. 따라서, 이러한 문제점을 해결하기 위하여 극단치가 발생하는 경우 최적의 임계치 방법에 수동적인 방법을 가미한 후처리 과정을 수행하였다.

3.2. 프랙탈 차원의 계산

본 논문에서 사용한 프랙탈 차원의 계산은 구현의 단순성을 장점으로 갖는 상자세기 기법에 기반한 용량차원을 사용하였다.

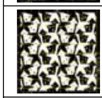
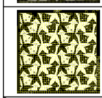
(a) 원 영상 (b) 상자세기 수행 화면

[그림 10] 상자세기 방법의 수행 화면

이 방법은 [그림 10]과 같이 한 변의 길이를 64, 32, 16, 8의 네 단계로 상자의 크기를 축소하면서, 이진화의 결과 영상에 대하여 상자로 덮을 수 있는 대상(본 실험의 경우 흰점)의 개수가 상자 크기의 거듭제곱함수로 증가하는 지수를 측정하는 방법이다. 이 경우 작은 상자로 덮어지는 점점 더 조밀한 고해상도의 경우 큰 상자로 덮어지는 경우보다 더 많은 국소적 극대점들을 볼 수 있었으며, 국소적 극대점의 개수가 N의 거듭제곱함수 꼴로 증가하는 전형적인 프랙탈의 형태를 보였다. 식 (1)은 일반적으로 사용되는 자기유사성에 기반한 프랙탈 차원을 계산하는 식을 나타내고 있다(안대영, 2000).

N: 상자의 개수, FD: 프랙탈 차원, r: 축소율,
s: 상자크기 (1)
$s=(1/r)$, $N=(s)^{FD}$, 즉 $FD=\log(N)/\log(s)$

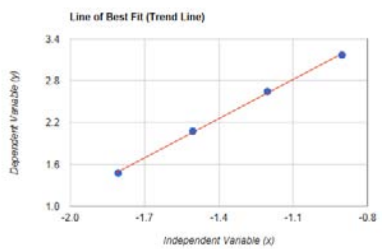
식 (1)을 이용하여 [그림 10] 이미지에 대한 프랙탈 차원을 계산하는 과정은 [표 1]과 같다. 상자크기(s)는 상자의 크기를 나타내며 상자개수(N(s))는 대상 픽셀이 포함되어 있는 상자의 개수, FD는 프랙탈 차원, R^2은 피어슨(pearson) 상관계수를 나타낸다.

이미지	상자 크기(s)	상자개수 (N(s))	Log(s)	Log(N(s))
	64	30	1.80618	1.477121
	32	120	1.50515	2.079181
	16	444	1.20412	2.647383
	8	1481	0.90309	3.170555
	FD	1.87639		
	R^2	0.99902		

[표 1] 그림 10에 대한 프랙탈 차원 계산

$$y = 1.87639x + 4.88539 \quad (2)$$

Log(s)와 Log(N(s))에 대한 이중로그 그래프에서 얻어진 식 (2)와 같은 회귀직선의 기울기 1.87639은 멱함수에서의 지수로 프랙탈 차원과 동일한 결과를 나타낸다.



[그림 11] 프랙탈 차원에 대한 선형회귀 함수

3.3. 실험결과

4명의 화가에 대한 작품을 대상으로 프랙탈 차원을 계산해 본 결과 [표 2]의 결과를 얻을 수 있었다.

---

3) 단순임계치법, 모드법, 평균이진화법, 반복이진화법, 적응적이진화법, otsu판별 이진화법, 최소-최대법, 퍼지이진화법 등 다양한 방법이 있다.
4) 전체 영상을 m*m개의 부분영상으로 분할한 후 부분 영상에 대한 히스토그램을 이용하여 임계치를 구하는 방법

작품 번호	프랙탈 차원(연도)			
	몬드리안	칸딘스키	에셔	잭슨폴록
1	1.82(1900)	1.75(1910)	1.82(1921)	1.85(1934)
2	1.75(1905)	1.77(1910)	1.84(1921)	1.92(1943)
3	1.74(1908)	1.58(1911)	1.90(1922)	1.87(1945)
4	1.75(1909)	1.81(1911)	1.86(1922)	1.88(1946)
5	1.80(1910)	1.70(1911)	1.92(1926)	1.88(1948)
6	1.83(1910)	1.81(1911)	1.90(1928)	1.88(1948)
7	1.70(1911)	1.73(1911)	1.86(1938)	1.87(1948)
8	1.75(1912)	1.77(1912)	1.72(1938)	1.92(1948)
9	1.79(1912)	1.70(1912)	1.80(1938)	1.85(1948)
10	1.84(1912)	1.83(1913)	1.88(1938)	1.93(1948)
11	1.76(1912)	1.85(1913)	1.76(1938)	1.86(1948)
12	1.69(1912)	1.76(1913)	1.80(1939)	1.82(1948)
13	1.63(1912)	1.76(1913)	1.68(1942)	1.92(1948)
14	1.71(1913)	1.82(1913)	1.89(1942)	1.85(1948)
15	1.82(1913)	1.84(1914)	1.90(1942)	1.85(1948)
16	1.72(1913)	1.69(1916)	1.85(1942)	1.92(1949)
17	1.84(1913)	1.80(1916)	1.90(1946)	1.89(1949)
18	1.73(1913)	1.70(1920)	1.93(1948)	1.92(1949)
19	1.69(1914)	1.72(1922)	1.87(1948)	1.90(1949)
20	1.69(1915)	1.61(1922)	1.90(1948)	1.99(1949)
21	1.801915)	1.83(1922)	1.82(1950)	1.84(1949)
22	1.89(1916)	1.73(1922)	1.89(1950)	1.86(1949)
23	1.57(1917)	1.81(1922)	1.74(1950)	1.88(1949)
24	1.71(1917)	1.68(1923)	1.88(1950)	1.89(1949)
25	1.59(1918)	1.75(1923)	1.81(1951)	1.93(1949)
26	1.34(1918)	1.68(1923)	1.78(1951)	1.87(1949)
27	1.79(1918)	1.71(1925)	1.81(1951)	1.87(1949)
28	1.32(1921)	1.60(1925)	1.65(1952)	1.89(1949)
29	1.37(1921)	1.74(1925)	1.91(1955)	1.89(1950)
30	1.50(1923)	1.78(1925)	1.85(1956)	1.90(1950)
31	1.54(1925)	1.75(1927)	1.90(1956)	1.87(1950)
32	1.75(1930)	1.60(1928)	1.91(1956)	1.95(1950)
33	1.37(1930)	1.71(1929)	1.86(1957)	1.84(1950)
34	1.61(1932)	1.78(1930)	1.91(1957)	1.90(1950)
35	1.43(1936)	1.60(1932)	1.88(1958)	1.95(1950)
36	1.44(1936)	1.71(1932)	1.84(1958)	1.90(1950)
37	1.55(1937)	1.61(1934)	1.70(1959)	1.89(1951)
38	1.43(1939)	1.67(1935)	1.87(1959)	1.88(1951)
39	1.43(1942)	1.74(1936)	1.83(1959)	1.74(1951)
40	1.58(1942)	1.63(1936)	1.80(1959)	1.89(1951)
41	1.50(1942)	1.71(1938)	1.85(1960)	1.90(1951)
42	1.48(1942)	1.77(1939)	1.79(1963)	1.87(1951)
43	1.31(1942)	1.79(1939)	1.92(1964)	1.90(1951)
44	1.55(1942)	1.9(1941)	1.90(1964)	1.90(1951)
45	1.73(1943)	1.65(1943)	1.85(1965)	1.89(1952)
46	1.67(1944)	1.80(1943)	1.88(1967)	1.87(1953)
47	1.78(1944)	1.67(1944)	1.83(1969)	1.87(1953)

[표 2] 화가별 작품의 연도별 프랙탈 차원

이러한 결과에 대하여 유의성 검증을 위해 아래의 귀무가설(H0)과 대립가설(H1)에 대한 일원배치분산분석(One-way ANOVA test)을 수행하였으며 그 수행 결과의 요약표는 [표 3]과 같다.

> 귀무가설(H0): 모든 화가의 프랙탈 차원의 평균은 동일하다.
> 대립가설(H1): 화가의 프랙탈 차원의 평균이 모두 동일하지는 않다.

데이터 요약표					
	표본				
	몬드리안	칸딘스키	에셔	잭슨폴록	합계
N	47	47	47	47	188
ΣX	77.08	81.4	86.64	88.6	332.98
평균	1.6400	1.7319	1.8434	1.8851	1.7712
ΣX^2	127.610	141.243	159.913	167.089	593.551
분산	0.02606	0.00577	0.00437	0.00150	0.02025
표준편차	0.16143	0.07598	0.06608	0.03867	0.14230
표준오차	0.02355	0.01108	0.00964	0.00564	0.01054
최소값	1.31	1.58	1.65	1.74	1.31
최대값	1.89	1.90	1.93	1.99	1.99

[표 3] 일원배치 분산분석의 데이터 요약표

일원배치분산분석					
ANOVA summary: Independent Samples k=4					
요인 (source)	제곱합 (SS)	자유도 (df)	평균 제곱합 (MSS)	검정통계량(F)	유의확률(p-value)
집단-간	1.734	3	0.578	61.319	<0.0001
집단-내	1.734	184	0.009		
합계	3.467	187			

[표 4] 일원배치 분산분석표

Tukey HSD[a]

화가	N	유의수준 = 0.05에 대한 부집단			
		집단 1	집단 2	집단 3	집단 4
몬드리안	47	1.6400			
칸딘스키	47		1.7319		
에셔	47			1.8434	
잭슨폴록	47			1.8851	
유의확률		1.000	1.000	0.163	

동일 집단군에 있는 집단에 대한 평균이 표시됨.
a. 조화평균 표본 크기 47.000을 사용.

[표 5] 동일 집단군 분석 결과

실험 결과 [표 4]와 같이 4명의 화가들 사이의 프랙탈 차원에 대한 p-value가 유의확률 0.05는 물론 0.0001보다 작으므로 귀무가설은 기각되며 화가들 사이의 프랙탈 차원에 차이가 있다라고 해석된다. 계산된 차원의 크기는 '잭슨폴록>에셔>칸딘스키>몬드리안'의 순이었으며, 특히 에셔와 잭슨 폴록의 경우 몬드리안과 칸딘스키에 비하여 높은 차원의 값이 나타났다. 이러한 결과는 잭슨폴록의 작품이 더 복잡성을 띄고 있음을 보여준다. 이는 단순히 평균 차원 정도의 작품을 놓고 시각적으로 비교해보면 그 결과의 이해를 얻을 수 있다. 또한 [표 5]에 나타난 사후분석의 터키(Tukey HSD)에 기반한 동일집단군 분석 결과를 살펴보면, 4명의 화가가 3개의 부집단으로 분류됨을 알 수 있다. 즉 에셔와 잭슨폴록은 유의수준 0.05의 수준에서 동일한 집단으로 분류되었음을 의미한다. 4명의 화가들 중 가장 프랙탈의 정의에 근접한

화가로 에셔와 잭슨폴록을 꼽을 수 있다.

(a) 프랙탈 차원: 1.61

(b) 프랙탈 차원: 1.72

(c) 프랙탈 차원: 1.83

(d) 프랙탈 차원: 1.88

[그림 12] 화가별 평균 차원에 근사한 작품(a:몬드리안, b:칸딘스키, c:에셔, d:잭슨폴록)

몬드리안	연도	1900-1910	1911-1920	1921-1930	1931-1940	1941-1950
	평균	1.782	1.717	1.475	1.492	1.559
	표준편차	0.040	0.119	0.159	0.083	0.150
	표준오차	0.016	0.026	0.065	0.037	0.050
칸딘스키	연도	1910-1920	1921-1930	1931-1940	1941-1950	-
	평균	1.760	1.718	1.692	1.755	-
	표준편차	0.068	0.070	0.069	0.117	-
	표준오차	0.016	0.018	0.023	0.059	-
에셔	연도	1920-1930	1931-1940	1941-1950	1951-1960	1961-1970
	평균	1.873	1.803	1.854	1.833	1.862
	표준편차	0.039	0.060	0.074	0.072	0.048
	표준오차	0.016	0.024	0.021	0.018	0.020
잭슨폴록	연도	1934-1945	1946-1950	1951-1955	-	-
	평균	1.880	1.890	1.873	-	-
	표준편차	0.036	0.037	0.046	-	-
	표준오차	0.021	0.006	0.014	-	-

[표 6] 연도별 프랙탈 차원의 변화

[표 6]은 4명의 화가들에 대하여 연도별로 프랙탈 차원의 변화가 있었는지를 알아보기 위하여 각 시기별 평균과 표준편차를 계산한 결과이다. 몬드리안의 경우 1900~1920년도 경에는 1.7이상의 차원을 갖고 있으나 1920년 이후부터 급격히 차원이 감소한 것을 볼 수 있다. 이는 작품의 복잡도가 줄어든 결과로 몬드리안의 대표 작품인 '구성' 시리즈가 단순한 직선의 분할에 의해 구성되어있기 때문으로 보인다.

칸딘스키의 경우 약 1.7 이상의 차원을 갖고 있었으며, 에셔의 경우는 전체적으로 1.8이상의 높은 차원을 나타내었다. 잭슨폴록의 경우 액션페인팅이 주로 1930년대 중반부터 1950년대 중반까지 집중되어 있었으므로 다른 화가에 비해 연도별 구분 주기를 다르게 구분 지었다. 또한 1940년대 중후반에 작품 활동이 집중되어 있었으며 이 시기가 가장 높은 차원을 나타내고 있었다.

4. 논의(Discussion)

본 논문의 연구내용과 실험을 통하여 도출해 낸 결과를 요약하여 보면 다음과 같다.

몬드리안의 경우 추상기하학적 구성 작품을 주로 만들어 냈다. 이러한 작품은 대부분 자연현상에 발견되는 구조와 비율에 기초하고 있음이 많은 연구들을 통하여 발견되었다. 이는 초창기 작품의 주를 이루었던 나무와 관련된 작품들을 통하여 그만의 방법으로 자연의 구조와 비율 특징을 익힌 결과로 해석된다. 그의 작품들 중 구성 시리즈는 색상과 직선의 분할을 이용하여 화면 분할의 크기 변화를 통하여, 길이와 비율은 각기 차이가 있지만 수평, 수직의 직선들이 전체 형상과 부분 형상간의 유사성을 유지하는 비규칙적 반복에 의한 자기유사성을 표출하고 있다. 그러나 실험 결과에서 나타나듯이 비교대상인 다른 세 화가에 비하여 프랙탈 차원의 복잡도가 작품 중반기에 확연히 낮아졌다가 후반기에 다시 높아지고 있음을 알 수 있었다. 이는 그의 중반기 작품들에 나타난 면의 수평 및 수직 분할 방법이 세분화된 분할이 아님에 기반하고 있으며 1940년 이후에는 그러한 분할이 세분화되어 가는 경향을 띠고 있음을 입증하는 결과이다. 칸딘스키는 그의 발언 "예술가로부터 떨어져 나온 작품은 자율적인 생명을 얻어 하나의 실체가 된다"와 같이 대상물의 추상적 표현에 집중한 화가로 유명하다. 그는 앞서 설명한 몬드리안과 마찬가지로 기하학적 형태 표현에 심취해 있었으며 이는 그의 작품 구성(composition) 시리즈에서도 확연히 드러나고 있음을 실험을 통하여 알 수 있었다. 그의 작품은 교차하는 선들에 원을 배치하는 패턴을 나타내며 직선의 반복적 교차에 의한 다른 비율의 사각형들을 생성해내고 있다. 이는 프랙탈의 통계적 반복성에 의한 자기유사성을 나타낸다. 칸딘스키의 경우 1930년대를 제외하고 작품 활동 시기 전반에 걸쳐 1.7 이상의 높은 차원을 나타내고 있으며 이는 프랙탈 차원의 특성을 반영하고 있는 결과라 할 수 있다.

에셔의 경우 테셀레이션(tessellation) 기법을 충실히 따르면서 크기변화에 의한 완벽한 자기유사성을 나타내고 있다. 특히 그의 여러 작품에서는 프랙탈의 무한성의 원리가 잘 드러나 있다. 본 논문의 실험을 통

하여 살펴본 결과 잭슨폴록과 더불어 1.8이상의 비교적 높은 프랙탈 차원을 나타냄을 알 수 있었다. 에셔는 평면 분할의 개념을 활용하여 약 150점 이상의 작품을 만들어 냈으며 이러한 작품을 통하여 다양한 형태의 대칭개념과 공간의 무한표현을 보여주었다. 특히 크기의 변화를 활용한 동일한 패턴의 자기유사성의 완벽한 구현은 프랙탈의 정의를 잘 표현한 사례로 꼽을 수 있다. 또한 이러한 에셔의 작품에 드러나 있는 프랙탈 원리는 그 이론이 정립되기 이전에 표현된 것으로 창작 활동 중에 스스로 그 원리 속에 담긴 미학을 채득하고 있었음을 알 수 있다.

잭슨폴록의 경우 액션페인팅이라 불리는 그만의 독특한 방법으로 그림을 그리는 것으로 유명하다. 폴록의 작품은 매우 복잡하고 잉크의 연속적이며 반복적인 드립핑을 통한 형상을 보이면서 자연계의 구조에서 자연발생적으로 발생하는 프랙탈 특성과 유사한 구조를 갖고 있음이 최근의 연구들에서 밝혀졌다. 이러한 움직임은 그만의 몸과 손의 움직임에 의한 각도 조절과 잉크를 떨어뜨리는 시간의 개념은 프랙탈 패턴을 형성하는데 중요한 요소로 작용하고 있으며 이는 프랙탈의 연속적 반복에 의한 통계적으로 자기유사성의 특징을 나타내고 있음을 알 수 있다. 또한 그의 다수의 작품에서 나타나고 있는 그물처럼 뒤엉켜져 있는 선의 흔적들은 높은 에너지와 시간성을 지니고 있다. 이러한 특징은 높은 프랙탈 차원을 생성하는 중요한 요소로 작용하고 있다. 특히 폴록의 경우 그의 작품 활동 전체에 걸쳐 고르게 1.8 이상의 높은 프랙탈 차원을 나타내고 있음을 실험을 통하여 확인하였다. 이는 자연계의 프랙탈 구조를 가장 충실하게 따르고 있음을 입증하는 결과이다.

이상과 같이 본 논문에서는 프랙탈이라 불리우는 수학적 차원의 개념이 내포된 네 명의 대표적 화가들의 작품에 대하여 프랙탈 차원을 계산하여 그 결과를 분석하여 보았다. 연구결과가 보여주듯이 네 명의 화가들은 그들만의 독특화 표현 방식을 통하여 자연 속에 담겨있는 프랙탈 원리를 그들의 작품에 반영하여 독특한 아름다움을 표현하였음을 알 수 있었다.

5. 결론(Conclusion)

근래에 들어 그래픽 및 의상, 건축 디자인 등 여러 분야에 있어서도 프랙탈에 대한 관심은 과거에 비하여 증가하고 있다. 시대적 흐름에 따라 예술과 과학은 분리된 분야가 아닌 하나의 결합체로서 새롭게 평가되고 있다. 따라서 오랜 세월동안 축적된 예술 자산에 대한 평가를 위하여 과학과 예술의 결합에 기반한 새로운 접근법과 사고를 제시할 필요성이 요구되고 있다. 본 논문에서는 이러한 필요성의 일환으로 프랙탈 이론을 미술 작품에 잘 반영하고 있는 대표적 화가들의 작품을 분석하여 봄으로써 그들 간에 어떠한 차이가 존재하며 또한 각각의 화가는 시대적으로 흐름에 따라 프랙탈 차원의 관점에서 어떤 변화가 있었는지를 살펴보았다.

4명의 화가들 작품을 대상으로 한 분석 결과 각 화가들 사이에 유의미한 차이가 존재하였음을 확인하였고 통계적 분석을 통하여 그들 사이의 유사도에 따른 그룹으로 분류한 결과 3개의 그룹으로 분류됨을 확인하였다. 프랙탈 차원이 가장 높게 나온 잭슨폴록과 두 번째로 높았던 에셔는 동일한 그룹으로 평가되었다. 그러나 차원의 높이는 잭슨폴록의 경우 완벽한 기하학적 자기유사성의 성질을 띤 에셔와 달리 자연현상에 더 근접해 있는 통계적 자기유사성의 형태를 띄고 있음을 확인하였다.

서양미술의 경우 동양미술과 달리 좀 더 다양한 형태의 붓질을 특징으로 하는 작품들이 다수 존재하고 있다. 예를 들어 고흐(Vincent Van Gogh)의 경우 짧은 붓 터치로 곡선을 표현하는 그 만의 독특한 화풍이 고흐만의 그림을 구분하는 데 중요한 요소로 작용하고 있다. 현재까지 대부분의 미술사학관련 연구자들은 본인의 경험과 지식에 의존하여 시각적으로 작품에 대한 분석을 수행하고 있다. 그러나 본 논문에서 제시하고 있는 화가들의 복잡하며 고유한 붓질을 프랙탈 분석을 통하여 분석한다면 회화작품의 식별에 많은 도움을 줄 것이다. 따라서, 향후 연구에서는 작품 표면의 결 분석을 위한 특징값을 추가적으로 추출하여 다양한 형태의 특징을 활용할 필요가 있다. 이러한 연구의 결과는 향후 회화 작품에 대한 과학적 분석의 토대로 제공될 것이며 이미지 검색, 위작 판별 등 다양한 응용 분야에 활용 가능하다.

참고문헌

- 김주미 (2003). 프랙탈 개념에 기초한 조형원리와 표현특성.『한국실내디자인학회논문집』,(37). 12-20.
- 문철 (2002). 그래픽 디자인에 있어서 프랙탈 구조의 활용 가능성 연구.『디자인학연구』, 17(1), 212-220.
- 안대영 (2000, 겨울). 카오스와 프랙탈. 『수학사랑 제2회 Math Festival』, 565-585.
- 이명식 (2009). 건축디자인에서 프랙탈 기하학의 적용에 관한 연구.『계획계』, 25(5), 165-172.

- 이진, 장남경 (2008). 프랙털 기하학을 응용한 의상디자인 연구.『한국패션디자인학회지』, 8(3), 59-77.
- 조덕연 (2005, 봄). 프랙탈 아트의 조형성과 회화적 활용성.『한국멀티미디어학회 춘계학술발표논문집』, 1026-1041.
- 황영미, 이명식 (2004). 건축디자인에 반영된 프랙탈 기하학에 관한 연구.『계획계』, 24(2), 467-470.
- 황희연, 송선기, 조진희 (2011). 도시의 공간 확장과 프랙탈 현상에 대한 도시간 비교분석.『국토계획』, 46(7), 115-133.
- Gerl, P., Schonlieb, C. & Wang, J.C. (2004). The Use of Fractal Dimension in Arts Analysis. *HarFA e-journal, 1.* 70-73.
- Gooch,A.A., Olsen,S.C., Tumblin,J., Gooch, B. (2005). Color2Gray: Salience_Preserving Color Removal. *ACM Transactions on Graphics, 24*, 634-639.
- Lee, S., Olsen, S. & Gooch, B. (2007). Simulating and analysing Jackson Pollock's paintings. *Journal of Mathematics and the Arts, 1*(2), 78-83.
- Liebovitch, L.S. (1998). Fractals and chaos simplified for the life science, NY: Oxford Univ. Press.
- San Pedro, S. (2009). Fractal Dimensions of Leaf Shapes, Math 614-Final Project. 1-20.
- Taylor, R.P., Micolich, A.P. & Jonas, D. (1999a). Fractal analysis of Pollock's drip paintings. *Nature, 399*, 422.
- Taylor, R.P., Micolich, A.P. & Jonas, D. (1999b). Fractal expressionism, *Physics World, 12*, 25-28.
- Taylor, R.P., Spehar, B., Clifford,C.W.G. & Newell, B.R. (2008). The Visual Complexity of Pollock's Dripped Fractals. *Proceedings of the Fourth International Conference on Complex Systems, 2*, 175-182.
- Avsa (2006). Fractal dimension, (2012.12.01), http://en.wikipedia.org/wiki/Fractal_dimension
- Glenn Elert. (2007). About Dimension, (2012.10.25), http://hypertextbook.com/chaos/33.shtml
- Prokofiev (2010). Minkowski-Bouligand dimension, (2012.12.01). http://en.wikipedia.org/wiki/Box-counting_dimension
- Ralph A. (2006). Fractals Basics: Taking A Closer Look, (2012.10.20), http://www.wahl.org/fe
- WikiPaintings visual art encyclopedia, (2012.11.02), http://www.wikipaintings.org